



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

经浙江省中小学教辅材料
评议委员会评议通过

全品智能作业

学·练·考

主编 肖德好

学习册

本册 主编 徐国平

高中数学

必修第一册 RJA 浙江省

长江出版传媒
崇文书局

CONTENTS



预备知识 初高中衔接 001

衔接一 数与式 001

衔接二 函数 002

第一章 集合与常用逻辑用语 005

1.1 集合的概念 005

1.2 集合间的基本关系 007

1.3 集合的基本运算 009

第1课时 集合的并集、交集 009

第2课时 集合的全集、补集 010

1.4 充分条件与必要条件 012

1.4.1 充分条件与必要条件 012

1.4.2 充要条件 013

1.5 全称量词与存在量词 015

1.5.1 全称量词与存在量词 015

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的
否定 016

本章总结提升 017

第二章 一元二次函数、方程和不等式 019

2.1 等式性质与不等式性质 019

第1课时 不等关系与不等式 019

第2课时 等式性质与不等式性质 020

2.2 基本不等式 021

第1课时 利用基本不等式求最值 021

第2课时 基本不等式的简单应用 023

2.3 二次函数与一元二次方程、不等式 024

第1课时 二次函数与一元二次方程、不等式 024

第2课时 一元二次不等式的简单应用 026

本章总结提升 027

第三章 函数的概念与性质 030

3.1 函数的概念及其表示 030

3.1.1 函数的概念 030

第1课时 函数的概念（一） 030

第2课时 函数的概念（二） 032

3.1.2 函数的表示法 034

第1课时 函数的表示法 034

第2课时 分段函数 036

3.2 函数的基本性质 037

3.2.1 单调性与最大（小）值 037

第1课时 函数的单调性 037

第2课时 利用单调性求最值 040

3.2.2 奇偶性 041

第1课时 奇偶性的概念 041

第2课时 奇偶性的应用 043

3.3 幂函数 045

专题课（一） 对勾函数的图象与性质 047

专题课（二） 函数的对称性 048

3.4 函数的应用（一） 049

本章总结提升 051

第四章 指数函数与对数函数 053

4.1 指数	053
4.1.1 n 次方根与分数指数幂	053
4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	053
4.2 指数函数	055
4.2.1 指数函数的概念	055
4.2.2 指数函数的图象和性质	056
第1课时 指数函数的图象和性质(一)	056
第2课时 指数函数的图象和性质(二)	058
4.3 对数	059
4.3.1 对数的概念	059
4.3.2 对数的运算	061
第1课时 对数的运算	061
第2课时 换底公式	062
4.4 对数函数	063
4.4.1 对数函数的概念	063
4.4.2 对数函数的图象和性质	064
第1课时 对数函数的图象和性质(一)	064
第2课时 对数函数的图象和性质(二)	066
4.4.3 不同函数增长的差异	067
4.5 函数的应用(二)	068
4.5.1 函数的零点与方程的解	068
4.5.2 用二分法求方程的近似解	069
4.5.3 函数模型的应用	071
本章总结提升	073

第五章 三角函数 076

5.1 任意角和弧度制	076
5.1.1 任意角	076
5.1.2 弧度制	078
5.2 三角函数的概念	080
5.2.1 三角函数的概念	080

5.2.2 同角三角函数的基本关系	081
-------------------------	-----

5.3 诱导公式

第1课时 诱导公式(一)	084
第2课时 诱导公式(二)	085

5.4 三角函数的图象与性质

5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	086
5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	088
第1课时 周期性与奇偶性	088
第2课时 单调性、最大值与最小值	090
5.4.3 正切函数的性质与图象	091

5.5 三角恒等变换

5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	093
第1课时 两角差的余弦公式	093
第2课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	094
第3课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式	096

5.5.2 简单的三角恒等变换

第1课时 三角函数式的化简与求值	097
第2课时 三角函数公式的应用	099

5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$

5.6.1 匀速圆周运动的数学模型	100
5.6.2 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	100
第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	100
第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质的应用	102

5.7 三角函数的应用

本章总结提升	105
--------------	-----

■ 参考答案 109

- 学习目标**
1. 理解绝对值的几何意义,会求含绝对值的方程与不等式.
 2. 掌握因式分解的方法,并能熟练运用平方差和立方差公式.

◆ 要点一 解含绝对值的方程或不等式

1. 绝对值的意义

(1)代数意义:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,零的绝对值仍是零,即

$$|a| = \begin{cases} a, & a > 0, \\ 0, & a = 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

(2)绝对值的几何意义:一个数的绝对值,是数轴上表示它的点到原点的距离.

2. 绝对值的性质

(1) $|a| \geq 0, |a| \geq a, |a| \geq -a;$

(2) $|a| = |b| \Leftrightarrow a = b \text{ 或 } a = -b;$

(3) $|a^2| = |a|^2 = a^2, |ab| = |a| \cdot |b|, \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0).$

D 典例应用

例 1 解下列方程或不等式:

(1) $|x-3|=2;$

(2) $|x-2|<3;$

(3) $|x-1|+|x+2|=5;$

(4) $|2x-1|<x+2.$

变式 若关于 x 的不等式 $|kx-1| \leq 5$ 的解是 $-3 \leq x \leq 2$, 则 k 的值是_____.

◆ 要点二 乘法公式的应用

乘法公式

平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$

完全平方公式: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$

立方和公式: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2);$

立方差公式: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2);$

三数和平方公式: $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ac).$

D 典例应用

例 2 化简下列各式:

(1) $(-x-1)(x^2-x+1);$

(2) $(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1);$

(3) $x(x-2)^2 - (x^2-4x+4)(x+2).$

例 3 (1) 已知 $a+b=3, ab=-8$, 求下列各式的值.

① $a^2 + b^2;$ ② $a^2 - ab + b^2;$ ③ $(a-b)^2.$

(2) 已知 $x+y=2$, 求 $x^3 + y^3 + 6xy$ 的值.

◆ 要点三 因式分解

因式分解
把一个多项式化成几个整式的积的形式,像这样的式子变形叫作这个多项式的因式分解.
因式分解的常用方法:提公因式法、公式法、十字相乘法、分组分解法、待定系数法和因式定理法.

D 典例应用

例 4 用合适的方法进行因式分解.

- (1) $2mn^4 - 162m$;
- (2) $x^2 + 98y^2 - 21xy + x - 7y$;

- (3) $2ax - 10ay + 5by - bx$;
- (4) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$.

衔接二 函数

- 学习目标
- 1. 熟练掌握一次函数、反比例函数和二次函数的图象和性质.
 - 2. 理解函数的最值.
 - 3. 会利用数形结合的方法求解相关问题.

◆ 要点一 常见函数的图象与性质

1. 一次函数的图象与性质

$y=kx+b(k\neq 0)$	$k>0$	$k<0$
图象		
性质	y 随 x 的增大而增大	y 随 x 的增大而减小
	当 $b=0$ 时, 图象过原点 $(0,0)$	

(b 是函数的图象与 y 轴交点的纵坐标)

2. 反比例函数的图象与性质

$y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$	$k>0$	$k<0$
图象		
性质	在每个象限, y 随 x 的增大而减小	在每个象限, y 随 x 的增大而增大

3. 二次函数的图象与性质

函数	$y=ax^2+bx+c(a>0)$	$y=ax^2+bx+c(a<0)$
图象		
开口方向	向上	向下
对称轴	直线 $x=-\frac{b}{2a}$	
顶点坐标	$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$	
增减性	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大	当 $x<-\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $x>-\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小
最值	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时, y 有最小值, 且 $y_{\min}=\frac{4ac-b^2}{4a}$	当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时, y 有最大值, 且 $y_{\max}=\frac{4ac-b^2}{4a}$

◆ 要点二 函数图象变换

1. 平移变换

$y = f(x)$ 的图象 $\xrightarrow[k < 0, \text{向下平移 } |k| \text{ 个单位长度}]{k > 0, \text{向上平移 } k \text{ 个单位长度}}$

$y = f(x) + k$ 的图象;

$y = f(x)$ 的图象 $\xrightarrow[h < 0, \text{向右平移 } |h| \text{ 个单位长度}]{h > 0, \text{向左平移 } h \text{ 个单位长度}}$

$y = f(x + h)$ 的图象.

2. 翻折变换

$y = f(x)$ 的图象 $\xrightarrow[\text{右翻左}]{\text{去左留右}} y = f(|x|)$ 的图象;

$y = f(x)$ 的图象 $\xrightarrow[\text{下翻上}]{\text{去下留上}} y = |f(x)|$ 的图象.

总结: 函数图象的变换口诀为“左加右减, 上加下减”.

D 典例应用

例 1 指出下列函数图象的变换过程.

(1) 从 $y = 3x^2$ 到 ① $y = 3(x + 2)^2$; ② $y = 3x^2 - 4$; ③ $y = 3x^2 - 6x + 8$.

(2) 从 $y = \frac{2}{x}$ 到 ① $y = \frac{2}{x+1}$; ② $y = \frac{2}{x} - 1$; ③ $y = \frac{2}{x-1} + 3$.

变式 将二次函数 $y = 2(x + 2)^2 - 5$ 的图象向左平移 3 个单位长度后, 再将所得图象作关于 x 轴对称, 则所得图象的顶点坐标为 _____.

[素养小结]

平移变换: 左加右减、上加下减, 其中“左加右减”是对 x 进行加减, 比如函数 $y = 3x + 1$ 的图象右移 2 个单位长度, 得到的图象对应的函数解析式不是 $y = 3x - 2 + 1$, 而是 $y = 3(x - 2) + 1$, 这个括号不能丢.

◆ 要点三 二次函数的最值

当 $m \leq x \leq n$ ($m < n$) 时, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的最值问题

要领:

① 抛物线的开口方向;

② 对称轴与 m, n 的位置 (最多四种情况):

对称轴在 m 左; 对称轴在 m, n 之间且偏 m ; 对称轴在 m, n 之间且偏 n ; 对称轴在 n 右.

D 典例应用

角度 1 定轴定范围

例 2 求函数 $y = x^2 - 4x + 1$ 在下列自变量取值范围内的最大值和最小值.

(1) $3 \leq x \leq 4$; (2) $0 \leq x \leq 1$; (3) $0 \leq x \leq 3$.

例 3 求 $y=x^2-2ax-1$ 在 $0\leq x\leq 2$ 时的最大值和最小值.

变式 (1)已知函数 $y=x^2+2ax+1$ 在 $-1\leq x\leq 2$ 时的最大值为 4,求实数 a 的值.

(2)当 $t\leq x\leq t+1$ 时,求函数 $y=-2x^2-x+4$ 的最大值.

角度 3 定轴动范围

例 4 当 $t\leq x\leq t+1$ 时,求函数 $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{5}{2}$ 的最小值.

第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念

- 学习目标**
1. 了解集合的含义,理解元素与集合的属于关系.
 2. 能在自然语言和图形语言的基础上,用符号语言刻画集合.

◆ 要点一 元素与集合的概念

1. 元素:一般地,我们把研究对象统称为_____,元素通常用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示.
2. 集合:把一些元素_____叫作集合(简称为集).集合通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示.

D 典例应用

例 1 下列说法中正确的是 ()

- A. 组成集合的元素必须是数
- B. 组成集合的元素一定是有限个
- C. 平面内,到线段两端点距离相等的点可以组成一个集合
- D. 数 $1, 0, 5, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}$ 组成的集合中有 6 个元素

◆ 要点二 集合中元素的性质

1. 集合中元素的三个性质为:_____,_____,无序性.
2. 集合相等:只要构成两个集合的_____是一样的,我们就称这两个集合是相等.

D 典例应用

例 2 (1)下列各组对象不能组成集合的是 ()

- A. 中国古代四大发明
- B. 所有无理数
- C. 必修第一册中的数学难题
- D. 小于 π 的正整数

(2)已知集合 A 中含有两个元素 $x+1, x^2$, 集合 B 中含有两个元素 $1, 0$, 若两个集合相等,则实数 $x =$ _____.

变式 (1)(多选题)下列说法中正确的是 ()

- A. 在平面内,与定点 A, B 等距离的点不能组成集合
- B. 若集合 B 由“good”中的字母构成,则 B 中有 4 个元素
- C. 一个集合中有三个元素 a, b, c , 其中 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长,则 $\triangle ABC$ 不可能是等边三角形
- D. 体型庞大的海洋生物不能组成集合

(2)[2026·华东师大附中高一期中] 已知集合

A 的三个元素可以表示成 $a, \frac{b}{a}, 1$, 也可以表示成 $a^2, a+b, 0$, 则 $a^{2025} + b^{2026} =$ _____.

[素养小结]

(1)判定所给对象能组成集合的关键是所给对象满足确定性、互异性和无序性.

(2)对于求集合中参数的问题,常根据集合中元素的确定性得出参数的所有可能取值,再利用集合中元素的互异性进行检验.

◆ 要点三 元素与集合的关系

1. 元素与集合的关系:如果 a 是集合 A 中的元素,就说 a _____ 集合 A , 记作 _____; 如果 _____, 就说 a 不属于集合 A , 记作 _____.

2. 常用数集及其记法:

常见的数集	符号表示
自然数集	_____
正整数集	_____ 或 _____
整数集	_____
有理数集	_____
实数集	_____

D 典例应用

例 3 (1)用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空: 0 _____ $\mathbf{N}$;

$\frac{1}{3}$ _____ $\mathbf{Q}$; 2.4 _____ $\mathbf{Z}$; $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Q}$;

4 _____ $\mathbf{Z}$.

(2)[2026·浙江宁波高一期中] 已知集合 A 中含有三个元素 $12, a^2 + 4a, a - 2$, 若 $-3 \in A$, 则 $a =$ _____.

变式 已知集合 A 由方程 $x^2 - ax + 3 = 0, a \in \mathbf{R}$ 的实数根组成, 若 $1 \in A$, 则 $a =$ _____.

[素养小结]

判断一个元素是否属于某一集合, 就是判断这个元素是否满足该集合元素的条件. 若满足, 就是“属于”关系; 若不满足, 就是“不属于”关系. 特别注意, 符号“ $\in$ ”与“ $\notin$ ”只表示元素与集合的关系.

◆ 要点四 集合的表示法

1. 列举法: 把集合的所有元素 _____ 出来, 并用花括号“ $\{ \}$ ”括起来表示集合的方法叫作列举法. 注意元素间要用“,”隔开, 如 $\{-1, 0, 1, 2\}$.

2. 描述法: 设 A 是一个集合, 我们把集合 A 中所有具有 _____ 特征 $P(x)$ 的元素 x 所组成的集合表示为 _____, 这种表示集合的方法称为描述法.

D 典例应用

角度 1 列举法表示集合

例 4 用列举法表示下列集合.

(1)中国国旗上所有颜色组成的集合;

(2)15 的正约数组成的集合;

(3)方程 $x^2 = x$ 的所有实数解组成的集合;

(4)直线 $y = x$ 与 $y = 2x - 1$ 的交点组成的集合.

角度 2 描述法表示集合

例 5 用描述法表示下列集合:

(1)不等式 $2x - 3 < 1$ 的解组成的集合 A ;

(2)正偶数组成的集合;

(3)函数 $y = 2x^2 - x + 1$ 的图象上所有的点组成的集合.

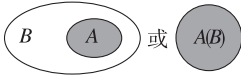


1.2 集合间的基本关系

- 学习目标
- 1. 理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.
 - 2. 能使用 Venn 图表达集合的基本关系,体会图形对理解抽象概念的作用.
 - 3. 在具体情境中,了解空集的含义.

◆ 要点一 子集

- 1. Venn 图:在数学中,经常用平面上封闭曲线的_____代表集合,这种图称为 Venn 图.
- 2. 子集

定义	一般地,对于两个集合 A, B ,如果集合 A 中_____元素都是集合 B 中的元素,就称集合 A 为集合 B 的子集
记法与读法	记作_____ (或_____),读作“ A 包含于 B ”(或“ B 包含 A ”)
图示	
结论	(1)反身性:任何一个集合是它本身的子集,即 $A \subseteq A$; (2)传递性:对于集合 A, B, C ,若 $A \subseteq B$,且 $B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$

3. 集合的相等关系

定义	一般地,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,那么集合 A 与集合 B 相等
记法	记作_____
符号表示	若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$,则 $A = B$

【诊断分析】1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) $\{0\} \subseteq \{x \mid x < 5, x \in \mathbf{R}\}$. ()
 - (2)设 $A = \{x \mid x \text{ 是三角形}\}$,则 $A \subseteq A$. ()
 - (3) $0 \subseteq \{-1, 0, 1\}$. ()
2. 符号“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ ”的区别是什么?

典例应用

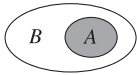
例 1 (1)若 $M = \{x, y, z\}$,则以下表示正确的是 ()

- A. $x \subseteq M$ B. $\{x\} \subseteq M$
- C. $M \in (y, z)$ D. $\{z\} \in M$

(2)设集合 $A = \{x \mid |x| < 3\}$, $B = \{x \mid -1 < x < 3\}$,则集合 A, B 满足的关系是_____ (用“ $\subseteq$ ”或“ $=$ ”连接 A, B).

◆ 要点二 真子集

1. 真子集

定义	如果集合 $A \subseteq B$,但存在元素_____,且_____,就称集合 A 是集合 B 的真子集
记法与读法	记作 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$),读作“ A 真包含于 B ”(或“ B 真包含 A ”)
图示	
结论	(1) $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$; (2) $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$,则 $A \subsetneq B$

2. 空集

定义	一般地,我们把_____的集合叫作空集
记法	记为 $\emptyset$
规定	空集是任何集合的_____,即 $\emptyset \subseteq A$
特性	(1)空集只有一个子集,即它的本身, $\emptyset \subseteq \emptyset$; (2)若 $A \neq \emptyset$,则 $\emptyset$ _____ A

D 典例应用

例 2 写出集合 $\{a, b, c\}$ 的所有子集和真子集, 并写出子集和真子集的个数. 试猜想含 n 个元素的集合 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 的所有子集的个数是多少? 真子集的个数及非空真子集的个数呢?

变式 (1) [2026 · 湖南长沙一中高一期中] 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 则它的非空真子集的个数为_____.

(2) 已知集合 M 满足 $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 写出所有满足条件的集合 M .

[素养小结]

1. 假设集合 A 中含有 n 个元素, 则

- (1) A 的子集有 2^n 个;
- (2) A 的非空子集有 $(2^n - 1)$ 个;
- (3) A 的真子集有 $(2^n - 1)$ 个;
- (4) A 的非空真子集有 $(2^n - 2)$ 个.

2. 求给定集合的子集的两个注意点:

- (1) 按子集中元素个数的多少, 以一定的顺序来写;
- (2) 在写子集时不要忘记空集和集合本身.

◆ 要点三 由集合间的关系求参数

D 典例应用

例 3 (1) [2026 · 江苏常州高一期中] 设集合 $A = \{x \mid x^2 - 8x + 15 = 0\}$, 集合 $B = \{x \mid ax - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 取值集合的真子集的个数为_____.

(2) [教材 P9T5(2)] 已知集合 $A = \{x \mid 0 < x < a\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 2\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

变式 (1) 设非空集合 $A = \{x \mid -2 < x \leq m - 3n\}$, $B = \{x \mid 3m + n < x \leq 2\}$. 若 $A = B$, 则实数 $m =$ _____, $n =$ _____.

(2) 已知集合 $A = \{1, a + 2\}$, $B = \{1, 2, a^2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的值为_____.

[素养小结]

由集合间的关系求参数问题的注意点及常用方法:

- (1) 注意点: ①不能忽视集合为 $\emptyset$ 的情形; ②当集合中含有字母参数时, 一般需要分类讨论.
- (2) 常用方法: 对于用不等式给出的集合, 已知集合的包含关系求相关参数的范围(值)时, 常采用数形结合的思想, 借助数轴解答.

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集、交集

- 学习目标**
1. 理解并集、交集的概念,会用文字语言、符号语言及图形语言来描述这些概念.
 2. 了解并集、交集的一些简单性质,会求两个简单集合的并集与交集.
 3. 能使用 Venn 图表达集合的并集与交集.

◆ 要点一 集合的并集

1. 并集的三种语言表示:

文字语言	一般地,由所有_____的元素组成的集合,称为集合 A 与 B 的并集,记作_____ (读作“ A 并 B ”)
符号语言	$A \cup B = \{x \mid \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

2. 并集的运算性质

- (1) $A \cup A = A$; (2) $A \cup \emptyset = A$; (3) $A \cup B = B \cup A$; (4) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$, 反之也成立.

D 典例应用

例 1 (1) 设集合 $A = \{4, 5, 6, 8\}$, $B = \{3, 5, 7, 8\}$, 则集合 $A \cup B =$ ()

- A. $\{5, 8\}$ B. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
C. $\{4, 6\}$ D. $\{3, 4, 6, 7\}$

(2) 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 那么 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x \mid -2 \leq x \leq 4\}$
B. $\{x \mid x \leq 3 \text{ 或 } x > 4\}$
C. $\{x \mid -2 \leq x \leq -1\}$
D. $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$

(3) 满足 $M \cup \{2\} = \{1, 2, 4\}$ 的集合 M 的个数为_____.

◆ 要点二 集合的交集

1. 交集的三种语言表示:

文字语言	一般地,由所有属于_____的元素组成的集合,称为集合 A 与 B 的交集,记作_____ (读作“ A 交 B ”)
符号语言	$A \cap B = \{x \mid \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

2. 交集的运算性质

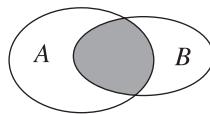
- (1) $A \cap A = A$; (2) $A \cap \emptyset = \emptyset$; (3) $A \cap B = B \cap A$; (4) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A$, 反之也成立.

D 典例应用

例 2 (1) 已知集合 $M = \{x \mid -1 < x \leq 1\}$, $N = \{x \mid 0 < x < 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$ B. $\{x \mid 0 < x < 1\}$
C. $\{x \mid -1 < x \leq 1\}$ D. $\{x \mid -1 < x < 2\}$

(2) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, 则图中阴影部分表示的



集合为 ()

- A. $\{2\}$ B. $\{3\}$
C. $\{-3, 2\}$ D. $\{-2, 3\}$

(3) 已知集合 $A = \{(x, y) \mid y = x\}$, $B = \{(x, y) \mid y = 5 - 4x\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(1, 1)$
B. $\{(1, 1)\}$
C. $(-1, -1)$
D. $\{(-1, -1), (1, 1)\}$

◆ 要点三 根据并集与交集运算求参

典例应用

例 3 已知集合 $A = \{x | -4 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | 3 - m < x < 2m - 3\}$.

- (1) 若 $A \cup B = \{x | -4 < x < 7\}$, 求 $A \cap B$;
(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

变式 (1) 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, a^2\}$, $A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{-2, 1, 2\}$
C. $\{1, 2, 4\}$ D. $\{-1, 1, 2\}$

(2) 已知集合 $A = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$, $B = \{x | a - 1 < x < a + 1\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $1 < a < 2$ B. $1 \leq a < 2$
C. $1 < a \leq 2$ D. $1 \leq a \leq 2$

(3) [2026 · 江苏苏州高一阶段练] 设集合 $A = \{x | x + 1 \leq 0 \text{ 或 } x - 4 \geq 0\}$, $B = \{x | 2a \leq x \leq a + 2\}$. 若 $A \cap B = B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

[素养小结]

- (1) 在利用交集、并集的性质解题时, 常常会遇到 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 这类问题, 解答时常借助于交、并集的定义以及集合间的关系去分析, 如由 $A \cap B = A$ 得 $A \subseteq B$, 由 $A \cup B = B$ 得 $A \subseteq B$ 等.
(2) 当集合 $B \subseteq A$ 时, 如果集合 A 是一个确定的集合, 而集合 B 不确定, 那么运算时要考虑 $B = \emptyset$ 的情况.

第 2 课时 集合的全集、补集

- 学习目标 1. 在具体情境中, 了解全集的含义.
2. 理解在给定集合中一个子集的补集的含义, 能求给定子集的补集.
3. 能使用 Venn 图表示集合的基本运算, 体会图形对理解抽象概念的作用.

◆ 要点一 全集与补集

1. 全集

(1) 定义: 一般地, 如果一个集合含有所研究问题中涉及的 _____, 那么就称这个集合为全集.

(2) 记法: 全集通常记作 _____.

2. 补集

定义	文字语言	对于一个集合 A , 由全集 U 中 _____ 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集, 简称为集合 A 的补集, 记作 _____
	符号语言	$\complement_U A = \{x \text{_____}\}$
	图形语言	

(续表)

性质	(1) $\complement_U A \subseteq U$; (2) $\complement_U U = \text{_____}$, $\complement_U \emptyset = \text{_____}$; (3) $\complement_U (\complement_U A) = \text{_____}$; (4) $A \cup (\complement_U A) = \text{_____}$, $A \cap (\complement_U A) = \text{_____}$
----	---

典例应用

例 1 (1) [2026 · 浙江金华高一期中] 已知集合 $U = \{x | |x| > 1\}$, $A = \{x | x > 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()

- A. $\{x | x < 2\}$
B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 1 < x \leq 2\}$
C. $\{x | x \leq 2\}$
D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 1 < x < 2\}$

(2) 已知全集 U , 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $\complement_U A = \{2, 4, 6\}$, $\complement_U B = \{1, 4, 6\}$, 则集合 $B =$ _____.

[素养小结]

求集合的补集的方法:

(1) 定义法: 当集合中的元素较少时, 可利用定义直接求解.

(2) Venn 图法: 借助 Venn 图可直观地求出补集.

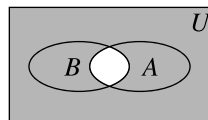
(3) 数轴法: 当集合中的元素连续且无限时, 可借助数轴求解, 此时需注意端点取值.

◆ 要点二 并集、交集、补集的综合运算

D 典例应用

例 2 [教材 P14T4] 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 2 < x < 10\}$, 求 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cup B)$, $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$, $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B)$.

变式 (1) 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x \leq 5\}$, 集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则如图所示的阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{2, 3\}$
- B. $\{0, 3, 5\}$
- C. $\{0, 1, 4, 5\}$
- D. $\{1, 2, 3, 4\}$

(2) (多选题) 已知集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | 3 - 2x > 0\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \{x | x < \frac{3}{2}\}$
- B. $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | \frac{3}{2} \leq x < 2\}$
- C. $A \cup B = \{x | x < \frac{3}{2}\}$
- D. $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$

◆ 要点三 利用集合间的关系求参

D 典例应用

例 3 (1) [2026 · 湖北武汉高一期中] 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | x > m\}$, 若 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 3$
- B. $m > 3$
- C. $m < 7$
- D. $m > 7$

(2) 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{x | x^2 - (m + 1)x + m = 0\}$, 若 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值集合为 _____.

[素养小结]

由集合的补集求解参数的方法:

(1) 当集合中元素个数有限时, 可利用补集定义并结合集合知识求解.

(2) 当集合中元素个数无限时, 一般利用数轴分析法求解.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

- 学习目标**
- 1. 通过对典型数学命题的梳理,理解充分条件的意义,理解判定定理与充分条件的关系.
 - 2. 通过对典型数学命题的梳理,理解必要条件的意义,理解性质定理与必要条件的关系.

◆ **要点一 充分条件与必要条件**

	“若 p , 则 q ”为真命题	“若 p , 则 q ”为假命题
推出关系	p _____ q	p _____ q
条件关系	p 是 q 的 _____ 条件 q 是 p 的 _____ 条件	p 不是 q 的 _____ 条件 q 不是 p 的 _____ 条件
定理关系	一般地,数学中的每一条判定定理都给出了相应数学结论成立的一个充分条件; 一般地,数学中的每一条性质定理都给出了相应数学结论成立的一个必要条件	

D 典例应用

角度 1 充分条件

例 1 下列“若 p , 则 q ”形式的命题中,哪些命题中的 p 是 q 的充分条件?

- (1) 若 $4x^2 - mx + 9$ 是完全平方式, 则 $m = 12$;
- (2) 若 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$, 则 $(x - 1)(y - 2) = 0$;
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A + B = 90^\circ$, 则 $C = 90^\circ$;
- (4) 若 $x \in A \cap B$, 则 $x \in A \cup B$.

角度 2 必要条件

例 2 下列各题中,哪些 q 是 p 的必要条件?

- (1) $p: x = 1, q: x - 1 = \sqrt{x - 1}$;
- (2) $p: -2 \leq x \leq 5, q: -1 \leq x \leq 5$;
- (3) $p: a$ 是自然数, $q: a$ 是正整数;
- (4) p : 三角形是等边三角形, q : 三角形是等腰三角形.

[素养小结]

充分条件、必要条件的几种判定方法:

- (1) 定义法: 根据 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow p$ 进行判断, 适用于定义、定理的判断性问题.
- (2) 集合法: 根据 p, q 成立的对象组成的集合之间的包含关系进行判断, 多适用于命题中涉及参数范围的推断问题.

◆ **要点二 充分条件与必要条件的探求**

D 典例应用

例 3 使不等式 $-5x + 3 \geq 0$ 成立的一个充分条件是 ()

- A. $x < 0$
- B. $x \geq 0$
- C. $x \leq 1$
- D. $x > 1$

变式 使不等式 $-4 \leq x+1 \leq 4$ 成立的一个必要条件是 ()

- A. $2 \leq x \leq 3$ B. $-6 \leq x \leq 3$
C. $-5 \leq x \leq 2$ D. $-6 \leq x \leq 2$

[素养小结]

p 是 q 的充分(必要)条件中的 p 是不唯一的, 解题时一定要细心, 以防出错.

◆ 要点三 充分条件、必要条件的应用

D 典例应用

例 4 [2026 · 四川广元高一阶段练] 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 非空集合 $B = \{x \mid 2-a \leq x \leq 1+2a\}$.

(1) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

1.4.2 充要条件

学习目标 通过对典型数学命题的梳理, 理解充要条件的意义, 理解数学定义与充要条件的关系.

◆ 要点一 充要条件

1. 逆命题

将命题“若 p , 则 q ”中的条件 p 和结论 q 互换, 就得到一个新的命题“若 q , 则 p ”, 称这个命题为原命题的逆命题.

2. 充要条件

如果“若 p , 则 q ”和它的逆命题“若 q , 则 p ”均是真命题, 即既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 就记作 _____. 此时, p 既是 q 的充分条件, 也是 q 的必要条件, 我们说 p 是 q 的 _____, 简称为 _____. 显然, 如果 p 是 q 的充要条件, 那么 q 也是 p 的充要条件. 概括地说, 如果 $p \Leftrightarrow q$, 那么 p 与 q _____.

3. 条件关系判定的常用结论:

条件 p 与结论 q 的关系	结论 (p 是 q 的)
$p \Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$	充分不必要条件
$q \Rightarrow p$, 且 $p \not\Rightarrow q$	必要不充分条件
$p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$	充要条件
$p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$	既不充分也不必要条件

D 典例应用

例 1 [教材 P21 例 3] 下列各题中, 哪些 p 是 q 的充要条件?

- (1) p : 四边形是正方形, q : 四边形的对角线互相垂直且平分;
(2) p : 两个三角形相似, q : 两个三角形三边成比例;
(3) $p: xy > 0, q: x > 0, y > 0$;
(4) $p: x = 1$ 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根, $q: a + b + c = 0 (a \neq 0)$.

◆ 要点二 充要条件的证明

D 典例应用

例 2 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 其中 $a = 2$. 求证: $\triangle ABC$ 为等边三角形的充要条件是 $b^2 + c^2 - 2(b + c) = bc - 4$.

[素养小结]

证明充要条件时, 要从充分性和必要性两个方面分别证明, 首先分清哪个是条件, 哪个是结论, 然后确定推出方向, 即充分性需要证明“条件” $\Rightarrow$ “结论”, 必要性需要证明“结论” $\Rightarrow$ “条件”.

◆ 要点三 充分条件、必要条件、充要条件的应用

D 典例应用

例 3 已知集合 $A = \{x \mid 2m \leq x \leq m + 3\}$, $B = \{x \mid -2 < x < 1\}$. 若 $p: x \in B$, $q: x \in A$, 且 p 是 q 的充分不必要条件, 求 m 的取值范围.

变式 [2026 · 广东东莞一中高一阶段练] 已知集合 $A = \{x \mid -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 1 - m \leq x \leq 3m - 2\}$, $m > 1$.

(1) 是否存在实数 m , 使得“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充要条件? 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

(2) 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要不充分条件, 求 m 的取值范围.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

学习目标

通过已知的数学实例,理解全称量词与存在量词的意义.

◆ 要点一 全称量词与全称量词命题

1. 全称量词的定义与表示:短语“所有的”“任意一个”在逻辑中通常叫作全称量词,并用符号“_____”表示.

常见的全称量词有:所有的、任意一个、一切、每一个、全部.

2. 全称量词命题的定义及表示:含有_____的命题叫作全称量词命题.“对 M 中任意一个 x , $p(x)$ 成立”可用符号简记为 $\forall x \in M, p(x)$.

D 典例应用

例 1 [教材 P27 例 1] 判断下列全称量词命题的真假:

- (1)所有的素数都是奇数;
- (2) $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + 1 \geq 1$;
- (3)对任意一个无理数 x , x^2 也是无理数.

◆ 要点二 存在量词与存在量词命题

1. 存在量词的定义与表示:短语“存在一个”“至少有一个”在逻辑中通常叫作存在量词,并用符号“_____”表示.

常见的存在量词有:存在一个、至少有一个、有一个、有些.

2. 存在量词命题的定义及表示:含有_____的命题叫作存在量词命题.“存在 M 中的元素 x , $p(x)$ 成立”可用符号简记为_____.

D 典例应用

例 2 判断下列命题是否为存在量词命题,若是,用符号表示,并判断其真假.

- (1)存在 x, y 为正实数,使 $x^2 + y^2 = 0$;
- (2)对所有的实数 a, b , 方程 $ax + b = 0$ 都有唯一解;
- (3)存在实数 x , 使得 $\frac{1}{x^2 - x + 1} = 2$.

[素养小结]

(1)判断一个命题是否为全称量词命题,主要看命题中是否有“所有的”“任意一个”“一切”“每一个”“任给”等全称量词,有些命题的全称量词是隐藏的,要仔细辨别.

(2)判断真假时用直接法或间接法,直接法就是对陈述的集合中每一个元素都要使结论成立,间接法就是找到一个元素使结论不成立即可判断命题是假命题.

[素养小结]

判断一个命题是否为存在量词命题,主要看命题中是否有“存在一个”“至少有一个”“有些”“有一个”“有的”等存在量词,有些命题的存在量词是隐藏的,要仔细辨别.

◆ 要点三 利用全称量词命题与存在量词命题求参数的范围

D 典例应用

例 3 已知集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 非空集合 $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$,
(1) 若 $p: \forall x \in B, x \in A$ 是真命题, 求 m 的取值范围;

(2) 若 $q: \exists x \in A, x \in B$ 是真命题, 求 m 的取值范围.

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

- 学习目标**
- 1. 能正确使用存在量词对全称量词命题进行否定.
 - 2. 能正确使用全称量词对存在量词命题进行否定.

◆ 要点一 全称量词命题的否定

1. 全称量词命题的否定: $\forall x \in M, p(x)$, 它的否定: $\exists x \in M, \underline{\hspace{2cm}}$, 也就是说, 全称量词命题的否定是存在量词命题.
2. 常见命题的表述

命题	全称量词命题	存在量词命题
表达 方法	① 所有的 $x \in M$, $p(x)$ 恒成立; ② 对一切 $x \in M$, $p(x)$ 恒成立; ③ 对每一个 $x \in M$, $p(x)$ 恒成立; ④ 任给一个 $x \in M$, $p(x)$ 恒成立; ⑤ 凡 $x \in M$, 都有 $p(x)$ 成立	① 存在 $x \in M$, 使 $p(x)$ 能成立; ② 至少有一个 $x \in M$, 使 $p(x)$ 能成立; ③ 有些 $x \in M$, 使 $p(x)$ 能成立; ④ 某个 $x \in M$, 使 $p(x)$ 能成立; ⑤ 有一个 $x \in M$, 使 $p(x)$ 能成立

D 典例应用

例 1 写出下列全称量词命题的否定, 并判断所得命题的真假.

(1) 所有自然数的平方都是正数;

(2) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \neq 0$;

(3) 等腰梯形的对角线相等.

◆ 要点二 存在量词命题的否定

存在量词命题的否定: $\exists x \in M, p(x)$, 它的否定: $\underline{\hspace{2cm}}$, 也就是说, 存在量词命题的否定是全称量词命题.

D 典例应用

例 2 写出下列存在量词命题的否定, 并判断所得命题的真假.

(1) 有些三角形的三个顶点不在同一个圆上;

(2) 有一个奇数不能被 3 整除;

(3) 存在 $k \in \mathbf{R}$, 使函数 $y = kx + b$ 随 x 的增大而减小.



◆ 要点三 全称量词命题、存在量词命题的应用

1 典例应用

例 3 若“ $\exists x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, 2x - \lambda x + 1 < 0$ ”是假命题,则实数 λ 的取值范围是 ()

- A. $\lambda \leq \frac{5}{2}$ B. $\lambda \leq 3$
C. $\lambda \geq \frac{5}{2}$ D. $\lambda \geq 3$

变式 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 4x \geq m$, 则 p 的否定是 _____, 若 p 的否定是假命题, 则实数 m 的取值范围为 _____.

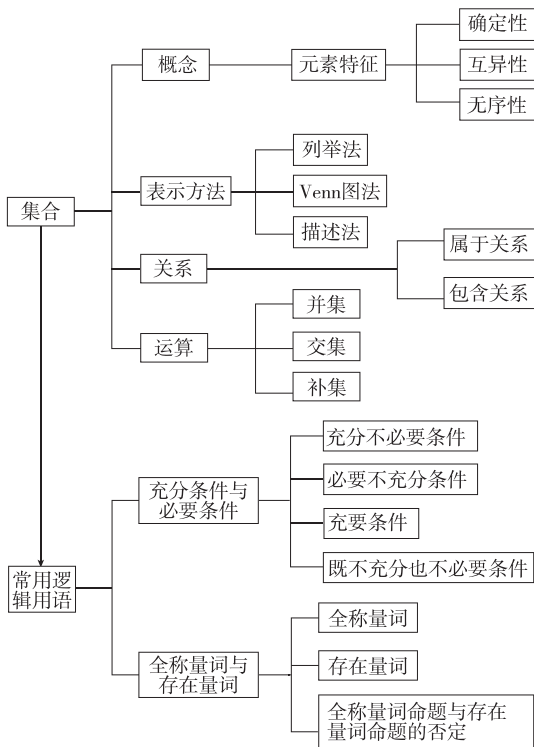
[素养小结]

(1) p 与 p 的否定只能一真一假, 解决问题时可以相互转化.

(2) 在求参数范围的问题中, 往往分离参数, 转化成求函数的最值问题.

► 本章总结提升

知识网络



素养提升

◆ 题型一 集合的概念

[类型总述] (1) 集合中元素的性质; (2) 集合的表示方法.

例 1 (1) 下列关系中正确的个数是 ()

① $\frac{1}{3} \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \notin \mathbf{R}$; ③ $0 \in \mathbf{N}^*$; ④ $\pi \in \mathbf{Z}$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(2) 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则集合 $C = \{xy | x \in A, y \in B\}$ 中元素的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(3) [2026 · 黑龙江齐齐哈尔高一期中] 若 $4 \in \{2, a+1, a^2-5\}$, 则实数 $a =$ _____.

◆ 题型二 集合间的基本关系

[类型总述] (1) 集合间的包含关系; (2) 集合间的相等关系; (3) 由集合的关系求参数.

例 2 [2023 · 新课标II卷] 设集合 $A = \{0, -a\}$, $B = \{1, a-2, 2a-2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$ ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. -1

变式 (1) [2026 · 天津耀华中学高一月考] 满足关系式 $\{4, 5, 6\} \subseteq A \subseteq \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 的集合 A 的个数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

(2) 已知集合 $A = \{x | a \leq x \leq a+3\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, 若 $A \cup B = B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

◆ 题型三 集合的基本运算

[类型总述] (1) 集合的并集、交集运算; (2) 集合的补集运算; (3) 由集合运算求参数.

例 3 (1) [2025 · 全国二卷] 已知集合 $A = \{-4, 0, 1, 2, 8\}$, $B = \{x | x^3 = x\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2, 8\}$
C. $\{2, 8\}$ D. $\{0, 1\}$

(2) 设集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x < 1\}$, $N = \{x | -1 < x < 2\}$, 则 $\{x | x \geq 2\} =$ ()

- A. $\complement_U(M \cup N)$ B. $N \cup (\complement_U M)$
C. $\complement_U(M \cap N)$ D. $M \cup (\complement_U N)$

变式 (1)[2025·全国一卷] 已知集合 $U=\{x|x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A=\{1,3,5\}$, 则 $\complement_U A$ 中元素个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 8

(2) 某学校举办运动会, 比赛项目包括田径、游泳、球类, 经统计高一年级有 57 人参加田径比赛, 有 11 人参加游泳比赛, 有 62 人参加球类比赛. 参加球类比赛的同学中有 14 人参加田径比赛, 有 4 人参加游泳比赛; 同时参加田径比赛和游泳比赛的有 8 人; 同时参加三项比赛的有 2 人. 则高一年级参加比赛的同学有_____人.

(3)[2026·湖南长郡中学高一期中] 已知集合 $A=\{x|a-1<x\leq 2a\}$, $B=\{x|x\geq 2 \text{ 或 } x\leq -3\}$.

- ①当 $a=1$ 时, 求 $A\cap B, A\cup(\complement_{\mathbf{R}} B)$;
②若 $A\cup(\complement_{\mathbf{R}} B)=\complement_{\mathbf{R}} B$, 求实数 a 的取值范围.

◆ 题型四 充分条件、必要条件

[类型总述] (1) 判断充分条件、必要条件;
(2) 充要条件的逆用求参数.

例 4 (1) 已知集合 $A=\{1,a\}$, $B=\{1,2,3\}$, 则“ $a=3$ ”是“ $A\subseteq B$ ”的 ()

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

(2)[2026·广西北海高一阶段练] 使不等式 $0<x<1$ 成立的一个充分不必要条件是 ()

- A. $\frac{1}{3}<x<\frac{1}{2}$ B. $0<x<2$
C. $-1<x<2$ D. $-1<x<\frac{1}{2}$

变式 (1)(多选题)[2026·山东省实验中学高一期中] 设集合 $A=\{x|x^2-x-6=0\}$, $B=\{x|ax-1=0 \text{ 且 } a\neq 0\}$. 若 $x\in B$ 是 $x\in A$ 的充分不必要条件, 则实数 a 的值可以为 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

(2) 已知 a 为实数, $p:-3\leq x\leq 1$, $q:x\leq a$. 若 q 的一个充分不必要条件是 p , 则实数 a 的取值范围是_____.

◆ 题型五 全称量词与存在量词

[类型总述] (1) 全称量词命题与存在量词命题的真假判定; (2) 全称量词命题与存在量词命题的否定.

例 5 (1) 命题“ $\exists x>0, x^2-2=0$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x\leq 0, x^2-2\neq 0$
B. $\exists x>0, x^2-2\neq 0$
C. $\forall x>0, x^2-2\neq 0$
D. $\forall x\leq 0, x^2-2\neq 0$

(2)(多选题) 下列命题中是全称量词命题并且是真命题的是 ()

- A. $\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x+1\geq 0$
B. $\exists x\in\mathbf{Z}, y\in\mathbf{Z}, 2x+4y=3$
C. 所有菱形的对角线都互相垂直
D. 任意四边形均有外接圆

变式 (多选题) “ $\exists x\in\mathbf{R}, x^2-x+a=0$ ”为真命题的充分不必要条件可以是 ()

- A. $a\leq -\frac{1}{3}$ B. $a\leq \frac{1}{4}$
C. $a<0$ D. $a<2$